

# Optimalisasi Waktu Percepatan dan Biaya Kegiatan di dalam Metode Jalur Kritis dengan Pemrograman Linier

Djoni Dwijono

Program Studi Sistem Informasi, Universitas Kristen Duta Wacana

Jl. dr. Wahidin Sudirohusodo no. 5-25, Yogyakarta 55224

djonid@staff.ukdw.ac.id

**Abstract** - Time acceleration projects within the critical path method requires careful calculation because of the element of time and expense changed by the time the project is accelerated. Calculation of changes in the element of time and this cost would have considerable difficulty at the time the project has many lines of activities to be done and the possible paths of the activities that precede each track such activities may be more than one lane. Changes due to the acceleration time might change critical path, and change the critical path, can change the time of the longest completion of the project and also the costs.

Determination of the new critical path, meaning the longest time and the cost of activities that change due to acceleration of the project can be completed with the critical path method. But the critical path method is not able to demonstrate the optimization of acceleration lanes and increase costs. Path optimization problem and these costs were able to be solved with linear programming and linear programming can be quickly resolved by the Management Scientist software Version 6.0.

From the results obtained, it is quickly project decision makers can make decisions about matters related to the optimization of acceleration lanes and the cost of the project.

**Intisari** - Waktu percepatan proyek di dalam metode jalur kritis memerlukan perhitungan yang teliti karena unsur waktu dan biaya yang berubah pada saat proyek dipercepat. Perhitungan perubahan unsur waktu dan biaya ini akan mengalami kesulitan yang cukup berarti pada saat proyek memiliki banyak jalur kegiatan yang harus dikerjakan dan kemungkinan jalur kegiatan yang mendahului untuk setiap jalur kegiatan tersebut dapat lebih dari satu jalur. Perubahan waktu akibat percepatan tersebut mungkin akan merubah jalur kritisnya, dan merubah jalur kritis, dapat merubah waktu terpanjang penyelesaian proyek dan juga biayanya.

Penentuan jalur kritis yang baru, berarti waktu terpanjang dan biaya kegiatan yang berubah akibat pemercepatan proyek tersebut dapat diselesaikan dengan metode jalur kritis. Tetapi metode jalur kritis tidak mampu memperlihatkan optimalisasi percepatan jalur dan pertambahan biayanya. Masalah optimalisasi jalur dan biaya ini mampu diselesaikan dengan pemrograman linier, dan pemrograman linier dapat dengan cepat diselesaikan dengan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0.

Dari hasil yang diperoleh, maka dengan cepat pemegang keputusan proyek dapat segera mengambil keputusan tentang hal-hal yang berhubungan dengan optimalisasi percepatan jalur dan biaya proyeknya.

**Kata Kunci** - Waktu Percepatan Kegiatan Proyek, Biaya Kegiatan Proyek, Metode Jalur Kritis, Pemrograman Linier

## I. PENDAHULUAN

Percepatan waktu setiap kegiatan dalam suatu proyek (*crashing project time*) dari waktu normalnya, pasti menyebabkan waktu selesainya proyek menjadi lebih cepat. Tetapi percepatan waktu kegiatan-kegiatan ini juga akan mempengaruhi proyek segi biaya khususnya untuk setiap kegiatan yang waktunya dipercepat, menjadi lebih tinggi, sehingga secara total biaya proyek menjadi lebih besar daripada biaya normalnya, misalnya bertambahnya biaya tenaga kerja, biaya operasional peralatan dan mesin-mesin dan berbagai biaya lainnya. Tentunya faktor biaya total ini menjadi pertimbangan yang penting bagi pelaksana proyek saat memutuskan apakah proyek tersebut akan dipercepat atau tidak.

Dipandang dari sudut penentuan waktu terpanjang penyelesaian proyek dengan memakai metode jalur kritis (*critical path method*), pemercepatan waktu proyek ini mungkin saja dapat mengubah jalur kritisnya, tetapi juga mungkin sekali tidak. Penentuan waktu terpanjang ini dengan menentukan jalur kritisnya dapat dihitung dan diselesaikan dengan prosedur yang sama melalui metode jalur kritis.

Jalur kritis adalah jalur yang menunjuk pada suatu kegiatan, yang dari segi waktu tidak bisa ditunda penyelesaiannya, atau harus tepat waktu sesuai waktu yang ditentukan untuk menyelesaikan kegiatan tersebut. Dalam metode jalur kritis, jalur kritis tersebut memiliki rentang waktu atau *slack* = 0. Jalur kritis hanya bisa dipercepat, tetapi tidak bisa ditunda. Kegiatan yang dapat ditunda adalah jika kegiatan tersebut bukan jalur kritis, atau kegiatan yang mempunyai *slack* > 0. Jadi bagi para pelaksana proyek, jalur kritis menjadi jalur yang harus diperhatikan dengan seksama. Keterlambatan pelaksanaan kegiatan yang menjadi jalur kritis, berarti jadwal penyelesaian seluruh proyek dapat mundur.

Metode jalur kritis memiliki prosedur sendiri untuk menyelesaikan pertambahan biaya ini, tetapi metode jalur kritis memiliki kekurangan dalam perhitungannya yakni pada saat metode ini menghitung minimum biaya yang harus dikeluarkan seefisien mungkin. Hal ini karena faktor biaya menjadi salah satu faktor yang sangat menentukan dalam memutuskan apakah percepatan waktu yang menambah biaya ini memang sudah minimum dan menunjukkan hasil perhitungan paling optimal.

Dalam masalah menghitung optimalisasi jalur kegiatan dan biaya ini, pemrograman linier dapat digunakan dan penyelesaian pemrograman linier menggunakan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0.

## II. MENGGUNAKAN METODE JALUR KRITIS

Untuk memberi contoh prosedur-prosedur yang harus dikerjakan dalam menghitung jalur kritis kegiatan-kegiatan yang ada pada suatu proyek dengan metode jalur kritis, maka contoh berikut adalah adanya kegiatan-kegiatan, kegiatan-kegiatan yang mendahuluinya (*immediate predecessors*) dan taksiran waktu (waktu normal) untuk suatu proyek XYZ dapat dilihat pada Tabel I berikut ini:

TABEL I  
DAFTAR KEGIATAN DAN WAKTU PROYEK XYZ

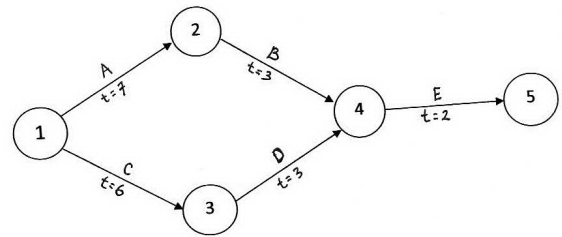
Kegiatan	Keterangan	Immediate Predecessors	Taksiran Waktu (Hari)
A	Persiapan Mesin 1	---	7
B	Percobaan Mesin 1	A	3
C	Persiapan Mesin 2	---	6
D	Percobaan Mesin 2	C	3
E	Test Sistem	B,D	2

Untuk menentukan kegiatan-kegiatan yang menjadi jalur kritisnya dan menghitung waktunya dengan menggunakan metode jalur kritis, maka dilakukan urutan-urutan prosedur berikut ini:

### A. Menyusun Jaringan Kegiatan

Langkah pertama yang harus dikerjakan adalah menyusun jaringan kegiatan (*network activity*) proyek XYZ dengan memperhatikan kegiatan-kegiatan yang mendahuluinya. Untuk menggambar jaringan, setiap kegiatan digambarkan dalam bentuk jalur berupa garis lurus beranak panah dari kiri ke kanan. Setiap garis anak panah diawali dengan gambar bulatan yang dinamakan node dan diakhiri juga dengan node. Setiap node diberi nomer urut. Kemudian setiap anak panah diberi simbol kegiatan berupa A, B, C dan seterusnya kemudian dibawahnya diberi waktunya, misal untuk kegiatan A adalah  $t(\text{time}) = 7$ . Patut dicatat, dalam menyusun jaringan kegiatan, harus berawal dari 1 node dan berakhir pada 1 node pula.

Hasil penggambaran kegiatan-kegiatan proyek XYZ dalam bentuk jaringan dapat dilihat pada Gambar-1 berikut ini:



Gambar.1. Jaringan kegiatan proyek XYZ dengan waktu normal

Sesudah gambar jaringan selesai, maka langkah berikut adalah menentukan Earliest Start (ES) dan Earliest Finish (EF) dengan prosedur yang disebut langkah maju.

### A. Langkah Maju (*Forward Step*)

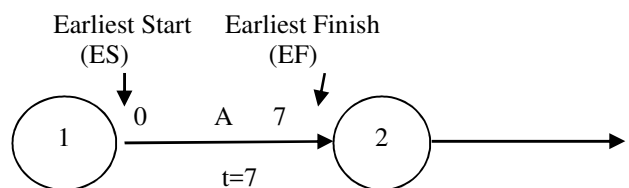
Langkah maju selalu dimulai dari node nomer 1 dan untuk kegiatan yang berawal dari node 1 selalu dimulai dengan memastikan nilai dari Earliest Start (ES) = 0, baru kemudian menghitung Earliest Finish (EF) dengan menggunakan perhitungan seperti di bawah ini:

$$\text{Earliest Finish (EF)} = \text{Earliest Start (ES)} + t(\text{time})$$

atau

$$\text{EF} = \text{ES} + \text{Taksiran Waktu}$$

Untuk node berikutnya, maka ES adalah sama dengan EF. Lihat pada gambar berikut yang menjelaskan gambar dari penentuan ES dan EF tersebut.



Gambar.2. Posisi Earliest Start dan Earliest Finish

Persoalannya adalah pada 2 kegiatan atau bisa lebih yang berakhir pada satu node yang sama. Untuk ini nilai EF sebagai ES diambil nilai EF yang paling besar. Pada contoh di atas untuk ES di node 4 untuk jalur E, dipilih EF = 10 dari kegiatan B, karena lebih besar dari EF = 9 dari kegiatan D. Node 5 terakhir memiliki EF = 12.

### B. Langkah Mundur (*Backward Step*)

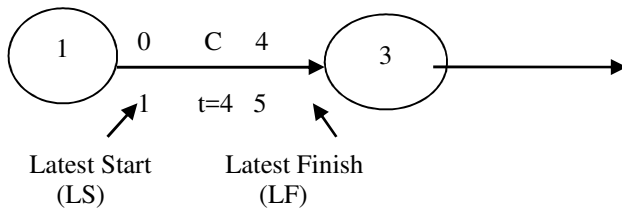
Langkah mundur dimulai dari node terakhir dan di sini node 5. Dari node 5 di bawah garis anak panah diambil EF = 12 terakhir sebagai LF = 12. Dari LF akan dicari LS dengan perhitungan seperti berikut:

$$\text{Latest Start (LS)} = \text{Latest Finish (LF)} - t(\text{time})$$

atau

$$\text{LS} = \text{LF} - \text{Taksiran Waktu}$$

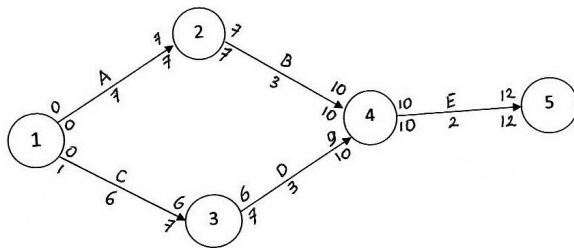
Untuk node berikutnya maka LS akan dipakai sebagai LF. Lihat pada gambar berikut:



Gambar. 3. Posisi Latest Start dan Latest Finish

Jika ada 2 atau lebih kegiatan yang berakhir pada node yang sama, maka pilihlah LS yang terkecil. Pada contoh ini yakni jaringan proyek XYZ tidak ada masalah tersebut.

Setelah langkah maju dan langkah mundur selesai dikerjakan, maka tampak gambar jaringan tersebut seperti pada Gambar 4 berikut:



Gambar.4.Jaringan kegiatan proyek XYZ dengan ES,EF,LS dan LF

### C. Menghitung Slack

Slack adalah tenggang waktu. Slack dapat dihitung melalui 2 cara perhitungan seperti berikut ini:

$$\text{Slack} = \text{LS} - \text{ES} \text{ atau } \text{LF} - \text{EF}$$

Hasil perhitungan slack untuk proyek XYZ dapat dilihat pada Tabel 2.

### D. Menentukan dan Menghitung Jalur Kritis

Jalur kritis adalah jalur dengan slack = 0. Lihat kegiatan yang menjadi jalur kritis proyek XYZ pada Tabel 2 berikut ini:

TABEL II  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK XYZ UNTUK  
ES,LS,EF,LF, SLACK DAN JALUR KRITIS

Kegiatan	Earliest Start (ES)	Latest Start (LS)	Earliest Finish (EF)	Latest Finish (LF)	Slack (LS-ES)	Jalur Kritis
A	0	0	7	7	0	Ya
B	7	7	10	10	0	Ya
C	0	1	6	7	1	--
D	6	7	9	10	1	--
E	10	10	12	12	0	Ya

Dari Tabel-II dapat terlihat jalur kritis adalah kegiatan A+B+E dan dari segi waktu A+B+E = 7+3+2 = 12 hari. Waktu 12 hari adalah waktu terpanjang untuk menyelesaikan proyek.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam membuat proyek dengan jalur kritis adalah:

1. Menunda kegiatan di jalur kritis akan mengakibatkan tertundanya penyelesaian proyek secara keseluruhan.
2. Penyelesaian kegiatan proyek dapat dipercepat dengan mempercepat penyelesaian kegiatan – kegiatan di jalur kritis, walaupun ada kemungkinan bukan kegiatan di jalur kritis juga ikut terpengaruh.
3. Jalur kritis dapat berubah, dari jalur non kritis menjadi jalur kritis.

### III. WAKTU PERCEPATAN PROYEK DI DALAM METODE JALUR KRITIS

Setiap waktu kegiatan di dalam proyek dapat dipercepat (*crashing*) dan percepatan ini tentunya juga akan meningkatkan biaya kegiatannya. Tentu saja pemercepatan waktu memiliki akibat yang penting yakni dapat mengubah jalur kritisnya sehingga juga akan mengubah jalur terpanjang penyelesaian proyek dan yang terakhir adalah meningkatkan jumlah biaya penyelesaian proyek.

Misalnya saja proyek XYZ dipercepat waktunya pada setiap kegiatan, dan data percepatan dan biaya tersebut tampak pada Tabel 3. Untuk membuat Tabel 3 secara lengkap masih ada beberapa data yang harus dihitung, yakni data seperti berikut:

$\tau_i$  = waktu taksiran untuk kegiatan i

$\tau_i^1$  = waktu untuk kegiatan i pada saat percepatan

$M_i$  = waktu maksimum pengurangan pada kegiatan i pada percepatan

Untuk menghitung jumlah  $M_i$  dipergunakan rumus seperti berikut ini:

$$(1) \quad M_i = \tau_i - \tau_i^1$$

Sedangkan untuk menghitung per unit biaya, misalnya perhari untuk biaya percepatan sebesar  $K_i$  dipergunakan rumus berikut ini:

$$(2) \quad K_i = \frac{C_i^1 - C_i}{M_i}$$

Sebagai contoh, untuk kegiatan A, maka:

$$M_A = 7 - 4 = 3 \text{ hari}$$

Sedangkan biaya percepatannya perhari adalah:

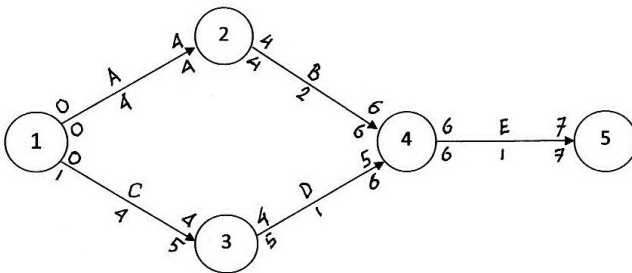
$$K_A = \frac{C_A^1 - C_A}{M_A} = \frac{800 - 500}{3} = \frac{300}{3} = \text{Rp.100/hari}$$

Maka Tabel III berikut ini akan menampilkan seluruh perhitungan yang terjadi di proyek XYZ dengan waktu dan biaya dipercepat untuk seluruh kegiatan A,B,C,D dan E.

TABEL III  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK XYZ DALAM BIAYA DAN WAKTU SAAT DIPERCEPAT

Kegiatan	Waktu (Hari)		Biaya		Waktu Pengurangan Maksimum	Biaya Waktu Percepatan Perhari (Rp)
	Normal	Percepatan	Normal (Rp)	Percepatan (Rp)		
A	7	4	500	800	3	100
B	3	2	200	350	1	150
C	6	4	500	900	2	200
D	3	1	200	500	2	150
E	2	1	300	550	1	250
Total			1.700	3.100		

Sedangkan jika kegiatan-kegiatan untuk proyek XYZ dipercepat, dan dikerjakan dengan langkah-langkah di dalam metode jalur kritis untuk menghitung ES, EF, LS, LF maka hasilnya tampak pada Gambar 5 berikut ini:



Gambar.5. Jaringan Kegiatan di dalam proyek XYZ dengan waktu dipercepat

Harap diperhatikan dengan seksama urutan dari kegiatan-kegiatan pada proyek tersebut yang hanya terdapat dua kegiatan yakni kegiatan A lalu B, dan kegiatan C lalu D, dan akhirnya 1 kegiatan yang dimulainya harus sesudah kegiatan B dan D selesai.

Dari Gambar 5 diatas jika di susun tabel yang berisi slack dan penentuan jalur kritis, maka tabel tersebut akan tampak seperti Tabel IV berikut:

TABEL IV  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK XYZ UNTUK ES,LS,EF,LF, SLACK DAN JALUR KRITIS SESUDAH DIPERCEPAT

Kegiatan	Earliest Start (ES)	Latest Start (LS)	Earliest Finish (EF)	Latest Finish (LF)	Slack (LS-ES)	Jalur Kritis
A	0	0	4	4	0	Ya
B	4	4	6	6	0	Ya
C	0	1	4	5	1	--
D	4	5	5	6	1	--
E	6	6	7	7	0	Ya

Pada saat proyek XYZ dipercepat ini, ternyata jalur kritisnya tidak berubah, yakni tetap A+B+E, tetapi jumlah

harinya saja yang berubah yakni  $A+B+E = 4+2+1 = 7$  hari yang merupakan waktu terpanjang penyelesaian proyek.

Proyek XYZ di sini pada saat dipercepat jalur kritisnya  $A+B+E = 4+2+1=7$  hari, tetapi jika proyek XYZ dipercepat pada dengan waktu percepatannya yang berbeda, maka jalur kritisnya dapat berubah. Untuk menunjukkan bahwa jalur kritis dapat berubah, maka akan diberikan contoh pada proyek XYZ yang sama hanya waktu percepatannya saja yang berbeda.

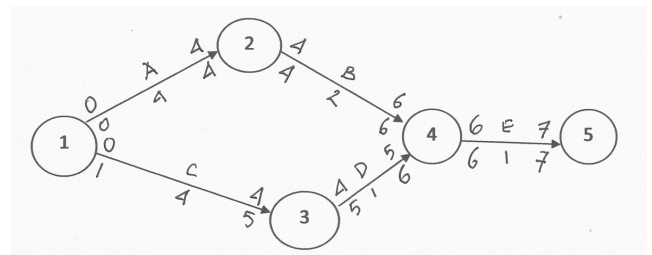
Perhatikan gambar proyek XYZ sebelum dipercepat pada Gambar-5, kemudian perhatikan Tabel 5 berikut ini yang memberikan data tentang waktu dan biaya saat dipercepat dan data pada Tabel-4 ini tentu saja berbeda dengan Tabel 3 di depan. Perbedaan tersebut tentu saja pada kegiatan B dan kegiatan D yang pasti akan merubah waktu dipercepatnya dan merubah biaya percepatan perhari.

Lihat Tabel V berikut ini:

TABEL V  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK XYZ DALAM BIAYA DAN WAKTU SAAT DIPERCEPAT

Kegiatan	Waktu(Hari)		Biaya		Waktu Pengurangan Maksimum	Biaya Waktu Percepatan Perhari (Rp)
	Normal	Percepatan	Normal (Rp)	Percepatan (Rp)		
A	7	4	500	800	3	100
B	3	1	200	350	2	75
C	6	4	500	900	2	200
D	3	2	200	500	2	300
E	2	1	300	550	1	250
Total			1.700	3.100		

Kegiatan-kegiatan untuk proyek XYZ yang dipercepat, dengan tetap memakai langkah maju, kemudian langkah mundur untuk menghitung ES, EF, LS dan LF akan tampak pada Gambar 6 berikut ini:



Gambar.6. Jaringan kegiatan pada Proyek XYZ dengan waktu dipercepat yang berbeda

Sesudah Gambar 6 selesai dikerjakan, maka Slack dapat dihitung dengan cepat dengan rumus  $LS-ES$  atau dengan rumus  $LF-EF$ . Hasil perhitungan slack sekaligus menentukan jalur kritisnya dapat dilihat pada Tabel VI berikut ini.

TABEL VI  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK XYZ UNTUK ES,LS,EF,LF, SLACK  
DAN JALUR KRITIS SESUDAH DIPERCEPAT

Kegiatan	Earliest Start (ES)	Latest Start (LS)	Earliest Finish (EF)	Latest Finish (LF)	Slack (LS-ES)	Jalur Kritis
A	0	4	1	5	1	---
B	4	5	5	6	1	---
C	0	4	0	4	0	Ya
D	4	6	4	6	0	Ya
E	6	7	6	7	0	Ya

Pada saat proyek XYZ di dipercepat, ternyata jalur kritisnya memang berubah, yakni pada kegiatan C+D+E = 4+2+1 = 7 hari.

Patut diperhatikan, yakni jumlah hari dipercepat tetap sama yakni 7 hari, tetapi jumlah biaya yang ditangani setiap hari berubah dan hal ini tentunya akan menjadi perhatian bagi manajer proyek saat mengelola proyeknya tersebut.

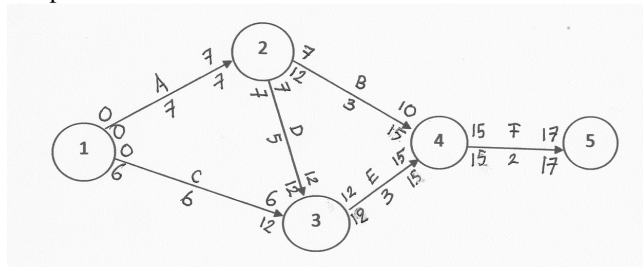
Untuk memperjelas konsep Metode Jalur Kritis, maka akan diberikan contoh yang sedikit lebih rumit dan kemudian juga contoh jika proyeknya dipercepat. Agar contoh dapat lebih jelas maka pada contoh saat dipercepat, maka percepatan tersebut akan merubah jalur kritisnya. Kegiatan yang sebelumnya adalah jalur kritis, sesudah dipercepat menjadi jalur non-kritis.

Contoh berikut adalah untuk memperjelas Metode Jalur Kritis, dan contoh berikut ini berupa suatu proyek yakni Proyek ABC yang memiliki kegiatan-kegiatan seperti berikut:

TABEL VII  
DAFTAR KEGIATAN DAN WAKTU PROYEK ABC

Kegiatan	Keterangan	Immediate Predecessors	Taksiran Waktu
A	----	----	7
B	----	A	3
C	----	----	6
D	----	A	5
E	----	D, C	3
F	----	B, E	2

maka dengan konsep hitungan maju dan hitungan mundur, akan dihitung ES, EF, EF dan LF. Hasilnya adalah Gambar 7 seperti berikut:



Gambar.7. Jaringan Kegiatan pada Proyek ABC dengan ES, EF, LS dan LF

Sesudah jaringan kegiatan selesai dikerjakan, maka dengan konsep hitungan maju dihitung ES dan EF maka akan ditemukan waktu paling cepat proyek ABC dapat dikerjakan. Pada Gambar 7 waktu itu adalah 17 hari.

Langkah berikut adalah memakai waktu paling cepat atau waktu terpanjang tersebut untuk menghitung LS dan LF dengan memakai konsep langkah mundur, maka sekarang lengkaplah gambar jaringan proyek ABC seperti pada Gambar-7.

Jika ES, EF, LS dan LF sudah dihitung, maka terakhir kali adalah menghitung slack. Slack dapat di hitung memakai 2 cara, yakni:

$$\text{Slack} = \text{LS} - \text{ES}$$

atau

$$\text{Slack} = \text{LF} - \text{EF}$$

Maka hasilnya jika dibuat dalam bentuk tabel, akan tampak seperti pada Tabel 8 berikut ini. Pada tabel tersebut juga ditentukan jalur kritisnya yakni pada slack = 0.

Patut diperhatikan pada proyek ABC, terdapat 4 jalur kritis yakni kegiatan A+D+E+F = 7+5+3+2 = 17 hari kerja, dan ada 2 jalur Non Kritis yakni kegiatan C dan B. Jalur non kritis menunjukkan kemungkinan kegiatan dapat ditunda tanpa mempengaruhi selesainya proyek secara keseluruhan.

TABEL VIII  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK ABC DENGAN ES, EF, LS, LF,  
SLACK DAN JALUR KRITIS

Kegiatan	Earliest Start (ES)	Late st Start (LS)	Earli est Finis h (EF)	Late st Fini sh (LF)	Sla ck (LS-ES)	Jal ur Krit is
A	0	7	7	0	0	Ya
B	7	12	10	12	5	--
C	0	6	6	12	6	--
D	7	7	12	12	0	Ya
E	12	12	15	15	0	Ya
F	15	15	17	17	0	Ya

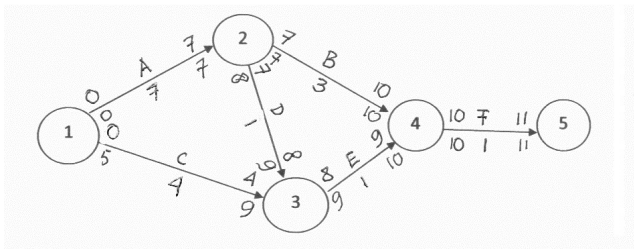
TABEL IX  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK ABC DALAM BIAYA DAN WAKTU  
SAAT DIPERCEPAT

Kegiatan	Waktu (Hari)		Biaya		Waktu Pengurangan Maksimum	Biaya Waktu Percepatan (Rp)
	Normal	Percapatan	Normal (Rp)	Percapatan (Rp)		
A	7	7	500	500	3	---
B	3	3	200	200	1	---
C	6	4	500	900	2	200
D	5	1	200	600	4	100
E	3	1	300	600	2	150
F	2	1	300	600	1	300
Total			2.000	3.100		

Harap juga diperhatikan dengan seksama bahwa jalur kritis selalu terangkai menjadi satu kesatuan, atau satu kegiatan pasti menyambung dengan kegiatan lainnya, karena itulah maka kegiatan yang dikerjakan dengan Metode Jalur Kritis disebut jaringan. Jadi tidak mungkin ditemukan ketidaksambungan antar kegiatan.

Permasalahan berikut adalah masalah percepatan waktu proyek ABC dan biaya percepatannya. Waktu percepatan dan biaya percepatan dapat di lihat pada Tabel IX

Jika data tentang waktu percepatan dan biaya percepatan sudah diperoleh, maka gambar jaringannya dan dengan langkah maju kemudian langkah mundur, hitunglah ES, EF, LS dan LF. Maka gambar jaringannya akan tampak seperti Gambar 8 berikut ini:



Gambar.8. Jaringan Kegiatan pada Proyek ABC dengan percepatan waktu

Sesudah jaringan berhasil dibuat, maka sekarang hitunglah ES dan EF dengan langkah maju, dan ditemukan waktu paling cepat = 11 hari. Kemudian dengan langkah mundur, hitunglah LS dan LF. Sesudah itu hitunglah Slack dengan memakai rumus:

$$LS - ES \text{ atau } LF - EF$$

maka akan ditemukan jalur kritisnya, yakni jika Slack = 0.

Perhitungan ES, EF, LS, LF, Slack dan Jalur kritis dapat dilihat hasilnya pada Tabel X berikut ini:

TABEL X  
DAFTAR KEGIATAN PROYEK ABC DENGAN ES, EF, LS, LF,  
SLACK DAN JALUR KRITIS SESUDAH DIPERCEPAT

Kegiatan	Earli est Start (ES)	Late st Star t (LS)	Earli est Finis h (EF)	Late st Finis h (LF)	Sla ck (LS- ES)	Jal ur Krit is
A	0	0	7	7	0	Ya
B	7	7	10	10	0	Ya
C	0	5	4	9	5	--
D	7	8	8	9	1	--
E	8	9	9	10	1	--
F	10	10	11	11	0	Ya

Ternyata hasil perhitungan jalur kritis mengalami perubahan dan yang cukup berarti, yakni jalur kritis yang baru adalah kegiatan A+B+F = 7+3+1 = 11 hari kerja.

Perubahan jalur kritis tentu saja harus menjadi perhatian yang penting bagi manajer proyek, karena perubahan jalur kritis dapat menyebabkan perhatian manajer proyek pada kegiatan-kegiatan menjadi berbeda. Kegiatan yang dahulu adalah jalur kritis dan harus diberi perhatian seksama, sekarang menjadi jalur non kritis, dan jalur non kritis sekarang berubah menjadi jalur kritis.

Perlu diperhatikan, pada saat merancang dan mendisain suatu proyek dengan Metode Jalur Kritis, kadang-kadang dijumpai adanya kegiatan yang tidak mempunyai waktu atau  $t = 0$  dan tidak memerlukan sumberdaya manusia maupun sumber daya lain untuk melaksanakan kegiatan tersebut. Kegiatan ini disebut kegiatan *dummy*.

Secara definitif, kegiatan yang termasuk dalam kegiatan *dummy* adalah kegiatan yang tidak memiliki waktu dan tidak memerlukan sumberdaya manusia atau sumberdaya lainnya. Kegiatan ini hanya merupakan kegiatan yang berfungsi sebagai penghubung *immediate predecessor* untuk kegiatan berikutnya.

Untuk menggambarkan kegiatan *dummy*, pada Metode Jalur Kritis digambarkan dengan anak panah terputus-putus.

Sesudah memahami merancang kegiatan proyek dengan Metode Jalur Kritis, maka akan muncul pertanyaan apakah jalur yang dipercepat dan biaya yang dipercepat saat ini sudah menunjukkan optimalisasi dari waktu penyelesaian proyek dan biaya yang harus dikeluarkan?

Metode Jalur Kritis yang dikerjakan secara manual ternyata tidak mampu menjawab pertanyaan tersebut, dan untuk menjawab pertanyaan tersebut, maka Metode Jalur Kritis perlu dikerjakan dengan cara lain dan cara lain tersebut adalah mengerjakan Metode Jalur Kritis dengan pemrograman linier untuk menjawab pertanyaan tersebut.

#### IV. PEMROGRAMAN LINIER PADA PERCEPATAN PROYEK DI METODE JALUR KRITIS

Pemrograman linier yang diimplementasikan untuk menyelesaikan permasalahan percepatan proyek dapat dijelaskan berikut ini. Untuk contoh akan menggunakan proyek XYZ yang dipercepat.

Seperti diketahui, dengan metode jalur kritis, jika suatu awal kejadian dihitung pada ES maka untuk menghitung waktu selesainya adalah:

Waktu selesai = waktu mulai awal (ES) + waktu kegiatan (t)

Tetapi jika waktu slack dihubungkan dengan aktivitas, maka tidak semua aktivitas bisa dimulai pada ES. Maka dengan ini, perhitungan waktu selesai menjadi:

Waktu selesai > waktu mulai awal (ES) + waktu kegiatan (t)

Karena tidak semua waktu dari kegiatan akan dimulai pada ES, maka akan digunakan ketidaksamaannya untuk memperlihatkan hubungan yang umum antara waktu selesai, ES dan waktu kegiatan untuk setiap kegiatannya sebagai berikut:

Waktu selesai  $\geq$  waktu mulai awal (ES) + waktu kegiatan (t)

Untuk menggambarkan semua kegiatan tersebut dengan pemrograman linier, maka digunakan simbol umum seperti berikut:

$X_i$  = waktu selesai kegiatan i, dimana  $i = A, B, C, \dots$   
 $Y_i$  = waktu percepatan kegiatan i, dimana  $i = A, B, C, \dots$

Sebagai awal penyusunan pemrograman linier adalah dimulai dengan kegiatan A. Jika pada kegiatan A, waktu kegiatan t (time) = 7, dengan Earliest Start Time = 0, maka akan diperoleh batasan (*constraint*) seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_A &\geq 0 + (7 - Y_A) \\ X_A + Y_A &\geq 7 \end{aligned}$$

Untuk kegiatan C, jika  $t = 6$ , dengan  $ES = 0$ , maka akan diperoleh batasan seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_C &\geq 0 + (6 - Y_C) \\ X_C + Y_C &\geq 6 \end{aligned}$$

Untuk kegiatan B, jika  $t = 3$ , yang dilakukan sesudah kegiatan A selesai, maka diperoleh batasan seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_B &\geq X_A + (3 - Y_B) \\ X_B + Y_B - X_A &\geq 3 \end{aligned}$$

Untuk kegiatan D, jika  $t = 3$ , yang dilakukan sesudah kegiatan C selesai, maka diperoleh batasan seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_D &\geq X_C + (3 - Y_D) \\ X_D + Y_D - X_C &\geq 3 \end{aligned}$$

Untuk kegiatan E, jika  $t = 2$ , yang dilakukan sesudah kegiatan B dan kegiatan D selesai, maka diperoleh 2 batasan seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_E &\geq X_B + (2 - Y_E) \\ X_E + Y_E - X_B &\geq 2 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} X_E &\geq X_D + (2 - Y_E) \\ X_E + Y_E - X_D &\geq 2 \end{aligned}$$

Karena kegiatan E merupakan kegiatan akhir, maka masih ada batasan seperti berikut:

$$X_E \leq 10$$

Selain itu, masih ada batasan-batasan berikut yang menunjukkan jumlah hari yang dipercepat seperti berikut:

$$\begin{aligned} Y_A &\leq 3, \quad Y_B \leq 1, \quad Y_C \leq 2, \quad Y_D \leq 2, \\ Y_E &\leq 1 \end{aligned}$$

Selain batasan-batasan yang sudah ditentukan di atas tersebut, masih harus ditetapkan fungsi objektif (*objective function*) yang didefinisikan untuk meminimalkan biaya dengan fungsi dan variabel seperti berikut:

$$\text{Minimum } 100Y_A + 150Y_B + 200Y_C + 150Y_D + 250Y_E$$

Maka sekarang pemrograman linier yang disusun berdasarkan percepatan waktu dan biaya proyek tersebut fungsi objektif akan memiliki 10 variabel dan 12 batasan seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{Min } &0X_A + 0X_B + 0X_C + 0X_D + 0X_E + 100Y_A + 150Y_B \\ &+ 200Y_C + 150Y_D + 250Y_E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Batasan } &X_A + Y_A \geq 7 \\ &X_B + Y_B - X_A \geq 3 \\ &X_C + Y_C \geq 6 \\ &X_D + Y_D - X_C \geq 3 \\ &X_E + Y_E - X_B \geq 2 \\ &X_E + Y_E - X_D \geq 2 \\ &X_E \leq 10, Y_A \leq 3, Y_B \leq 1, Y_C \leq 2, Y_D \leq 2, Y_E \leq 1 \end{aligned}$$

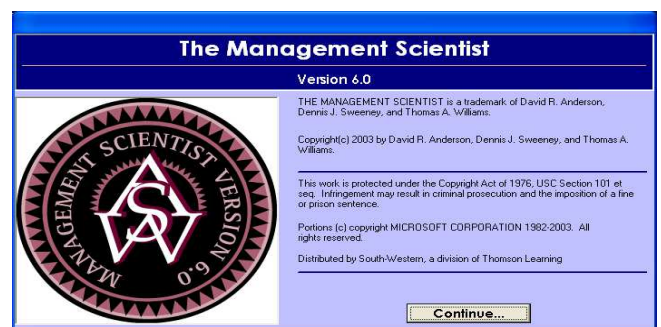
## V. PENGGUNAAN PERANGKAT LUNAK MANAGEMENT SCIENTIST VERSI 6.0

Perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0 dipergunakan untuk menyelesaikan pemrograman linier yang sudah ditentukan di atas. Perangkat lunak ini merupakan lampiran di dalam CD dari buku teks *An Introduction to Management Science, Quantitative Approaches to Decision Making*, David Ray Anderson.

Untuk menggunakan perangkat lunak ini, masukkan seluruh *folder* Management Scientist ke dalam komputer, atau *install* ke dalam PC dan kemudian lakukan langkah-langkah berikut:

1. Panggil perangkat lunak Management Scientist

Memanggil perangkat lunak ini dengan klik dua kali pada file MS60.EXE, maka akan tampak menu awal seperti berikut:



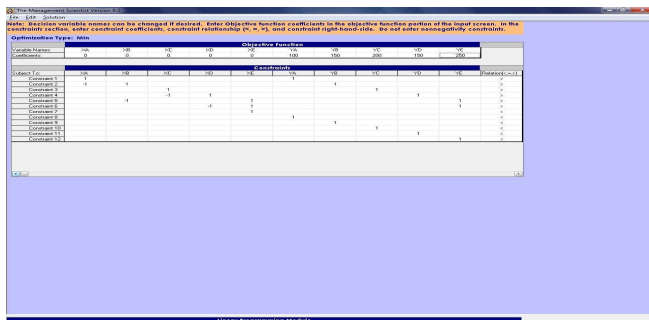
Gambar.9. Tampilan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0

Kemudian jalankan langkah-langkah berikut:

2. Pilih Continue
3. Pilih Linear Programming
4. Isi Variables dengan 10
5. Isi Constraints dengan 12
6. Pilih Minimum
7. Pilih Ok

8. Pilih File
9. Pilih New
10. Isikan data pemrograman linier

Pengisian data pemrograman linier dalam tampilan yang harus diisi dapat terlihat pada gambar berikut ini:

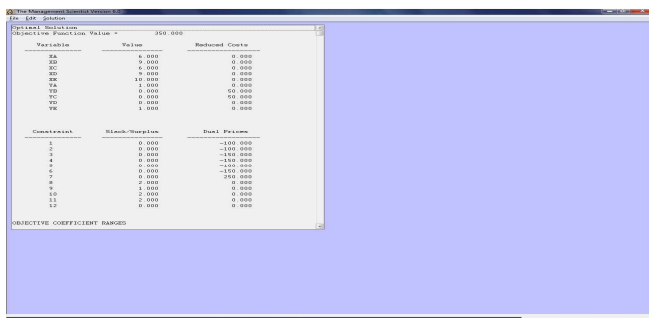


Gambar.10.Tampilan isian data pada pilihan menu Linear Programming

Jika data yang harus diisikan sudah lengkap, periksalah sekali lagi kebenaran masukan datanya, dan jika sudah yakin benar, lakukan langkah-langkah berikut:

1. Pilih Solution
2. Pilih Solve

Maka akan tampak hasilnya seperti pada gambar berikut:



Gambar.11.Tampilan hasil dari pemrograman linier proyek XYZ sesudah dipercepat

Supaya hasil tersebut tidak hilang, maka simpanlah lebih dahulu di dalam berkas tertentu, misalnya dengan nama PL\_CPM01.LPM dengan langkah berikut:

1. Pilih File
2. Pilih Save Problem

Maka akan muncul menu penyimpanan. Lalu lakukan langkah berikut:

3. Pilih drive dan folder yang akan menjadi tempat penyimpanan
4. Ketik PL\_CPM01
5. Pilih Save

Secara otomatis berkas yang disimpan tersebut akan diberi nama PL\_CPM01.LPM.

Sekarang perhatikan tampilan hasil dengan Management Scientist Versi 6.0. Hanya terlihat kegiatan A dan kegiatan E yang mampu dipercepat, masing-masing 1 hari, sedangkan kegiatan B, kegiatan C dan kegiatan D tidak bisa dipercepat, dan tetap pada waktu normalnya.

Jadi biaya yang bertambah masing-masing 1 hari untuk kegiatan A dan E adalah  $\text{Rp } 100 + \text{Rp } 250 = \text{Rp } 350$ . Jadi biaya proyek hanya bertambah sebesar  $\text{Rp } 1.700 + \text{Rp } 350 = \text{Rp. } 2.050,-$ . Ini adalah hasil optimum yang dapat dikerjakan dengan pemrograman linier.

Data hasil pemrograman linier yang dikerjakan dengan perangkat lunak Management Scientist Version 6.0 dapat di baca dengan jelas pada keluarannya, dan keluaran tersebut sudah tersusun secara rapi dan mudah dibaca sehingga juga mudah dipahami.

Untuk lebih jelasnya maka data keluaran tersebut dapat ditampakkan hasilnya seperti pada Tabel XI seperti berikut:

TABEL XI  
PROYEK XYZ DENGAN PEMROGRAMAN LINIER

Kegiatan	Waktu (Hari)		Biaya		Keterangan
	Normal	Percepatan	Normal (Rp)	Percepatan (Rp)	
A	7	6	500	600	Percepatan 1 hari Rp. 100
B	3	3	200	200	
C	6	6	500	500	
D	3	3	200	200	
E	2	1	300	550	Percepatan 1 hari Rp. 250
Total			1.700	2.050	

## VI. KESIMPULAN

Ada beberapa kesimpulan yang dapat diperoleh dari pembahasan di atas.

Kesimpulan-kesimpulan tersebut ialah:

1. Mengimplementasikan pemrograman linier dengan suatu contoh proyek yang dipercepat di dalam metode jalur kritis tidak cukup mudah diperoleh, karena variabel-variabel dan batasan-batasan yang ada di dalam pemrograman linier cukup banyak yang harus ditentukan
2. Pemrograman linier yang sudah diperoleh dapat dikerjakan cepat dengan memakai perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0, dan hasilnya dapat langsung dilihat. Hasil tersebut berbeda jauh jika percepatan dikerjakan dengan metode jalur kritis secara manual, baik dalam menentukan jalur kritisnya dan jumlah biayanya



3. Minimum biaya pada keluaran perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0, pada fungsi objektifnya dapat menunjukkan optimalisasi biaya proyek.
4. Management Scientist Versi 6.0 juga mampu menampilkan waktu pada kegiatan-kegiatan yang dapat dipercepat, sehingga dapat ditentukan jalur kritis yang baru, walaupun mungkin saja tidak merubah jalur kritisnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] D.R.Anderson, D.J.Sweeney, T.A.Williams and K.Martin, *An Introduction to Management Science, Quantitative Approaches to Decision Making*, Edisi ke-12, South-Western, Thomson, 2008, hal.32-89
- [2] D.R.Anderson, D.J.Sweeney, T.A.Williams, J.D. Camm, J.J.Cochran, M.J.Fry, and J.W.Chimann, *Quantitative Methods for Business*, Edisi ke-12, South-Western, Thomson, 2013, hal. 306-354
- [3] F.S.Hillier, M.S.Hillier, K.Schmedders, and M. Stephens, *Introduction to Management Science*, Edisi ke-3, New York, McGraw Hill, 2008, hal. 17-52
- [4] F.S.Hillier and G.J.Lieberman, *Introduction to Operation Research*, Edisi ke-9, Boston, McGraw Hill, 2010, hal. 23-88
- [5] R.P.Murthy, *Operation Research*, Edisi ke-2, New Delhi, New Age International, 2007, hal.22-140
- [6] H.A.Taha, *Operation Research, An Introduction*, Edisi ke-8, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 2007, hal.11-80
- [7] R.J.Harsbanger and J.J.Reynolds, *Mathematical Applications for Management, Life and Social Sciences*, Edisi ke-10, Boston, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2013, hal. 257-322
- [8] T.T.Soo, *Finite Mathematics, For The Managerial, Life and Social Science*, Edisi ke-9, Belmont, Brook/Cole, 2010, hal.201-256
- [9] W.J.Stevenson, *Operations Management*, Edisi ke-11, New York, McGraw Hill, Irwin, 2012, hal. 742-773 dan hal. 832-854